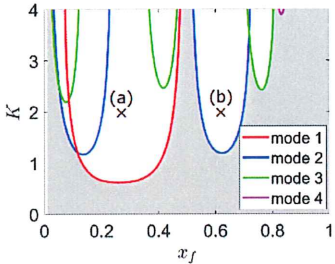
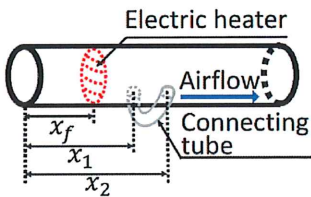
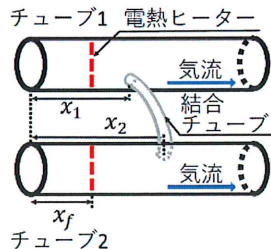


【研究成果の要約】

氏 名	杉谷栄規
1. 研究題目	遅延を用いた熱音響自励振動抑制の分岐解析および設計
2. 研究内容	●水平 Rijke 管に生じる熱音響自励振動の分岐解析[1] 水平 Rijke 管における熱音響自励振動の発振モードに関して分岐解析を行い、ヒーター位置 x_f とヒーター強度 K によって、どのような発振モードが励起されるかを明らかにした (図 1 参照). x_f は発振モードの種類, K は励起されるモードの数に影響を与えることを示した. ●チューブによる自己フィードバックによる振動抑制[1] チューブを Rijke 管に接合し, 管内における圧力の遅延フィードバック制御によって熱音響自励振動の抑制を試みた (図 2 参照). 特に, チューブの接合位置 x_1, x_2 と系の安定性との関係を詳しく調査した結果, 各発振モードの腹付近にチューブを接合することで, より効果的に振動抑制効果ができることを明らかにした. ●複数の水平 Rijke 管のチューブ結合による振動抑制[2, 3] 2 本の水平 Rijke 管をチューブ結合することで振動抑制を試みた (図 3 参照). 特に, チューブの結合位置 x_1, x_2 が安定性に与える影響を調査に調査した. その結果, チューブ結合前に複数モードが励起している Rijke 管においては, すべての励起モードを考慮して結合位置を決定する必要があることが明らかになった.
図 1 : 単体の Rijke 管の発振モード解析	
図 2 : 自己フィードバック	
図 3 : チューブ結合	
3. 研究成果	[1] 今井和哉, 杉谷栄規, 小西啓治, 原尚之, “水平 Rijke 管に生じる熱音響事例振動の遅延フィードバック制御による抑制 - 結合位置が振動停止現象の安定性に与える影響”, 第 67 回自動制御連合講演会, pp. 455-456, 2024. [2] 今井和哉, 杉谷栄規, 小西啓治, 原尚之, “結合水平 Rijke 管の結合位置が振動停止現象の安定性に与える影響”, 電子情報通信学会ソサイエティ大会, N-1-04, 2024. [3] K. Imai, Y. Sugitani, K. Konishi, N. Hara, “Effect of coupling position on amplitude death in coupled Rijke tubes”, Proc. International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, p. 358, Ha Long Bay, Vietnam, 2024.

【研究成果の概要】	
氏 名	杉谷 栄規
1. 研究題目	遅延を用いた熱音響自励振動抑制の分岐解析および設計
添付により提出.	

水平 Rijke 管に生じる熱音響自励振動の 遅延フィードバック制御による抑制 - チューブ結合位置による安定性への影響 -

○今井和哉 杉谷栄規 小西啓治 原尚之 (大阪公立大学)

Suppression of thermoacoustic oscillation in horizontal Rijke tube
by delayed feedback control
- Effect of tube coupling position on the stability -

*K. Imai, Y. Sugitani, K. Konishi and N. Hara (Osaka Metropolitan Univ.)

Abstract: This report investigates the stability of thermoacoustic self-excited oscillations in a horizontal Rijke tube with delayed feedback control. Thermoacoustic self-excited oscillations generated in rocket engines and gas turbine engines can lead to serious problems. Delayed feedback control has been experimentally and analytically proven effective for suppressing such oscillations. However, the impact of coupling position in the delayed feedback system has not been thoroughly analyzed. This paper examines the influence of the coupling position on the stability of the oscillations. Our results show that the stability can be enhanced by coupling the connecting tube at specific positions relative to the oscillation modes, with optimal positions identified for different oscillatory modes.

Keywords: Thermoacoustic instability, Delayed feedback control

1 はじめに

管内に温度勾配が存在すると、圧力の定在波が管内に生まれ大きな音が生じる。これは、熱音響自励振動と呼ばれ、ロケットエンジンやガスタービンエンジンの損傷など、重大な問題につながる。そのため、熱音響自励振動を抑制する技術が精力的に研究されている。一方、非線形科学分野では、遅延フィードバック制御と呼ばれる自励振動の抑制法が知られている [1]。最近、Srikanth らは、簡易な熱音響システムである水平 Rijke 管に生じる自励振動を遅延フィードバック制御により抑制できることを実験的、解析的に示している [2]。ここでの遅延フィードバック制御は、管にチューブを接続することで実装している (Fig. 1)。しかし、先行研究 [2] では、チューブの結合位置を考慮した解析がされていなかった。そこで本研究では、結合位置が抑制に与える影響を調査する。

2 水平 Rijke 管

チューブが施された水平 Rijke 管の無次元化されたダイナミクスは以下で与えられる [3]。

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_j(t) + 2\zeta j\pi\dot{\eta}_j(t) + j^2\pi^2\eta_j(t) = & \\ -j\pi K \left[\sqrt{\frac{1}{3} + u(x_f, t - \tau_h)} - \frac{1}{3} \right] \sin(j\pi x_f) & \\ - \frac{j\pi K_\tau}{\gamma M} [p(x_1, t - \tau) - p(x_2, t)] \sin(j\pi x_2) & \\ - \frac{j\pi K_\tau}{\gamma M} [p(x_2, t - \tau) - p(x_1, t)] \sin(j\pi x_1), & \quad (1) \end{aligned}$$

$$u(x, t) := \sum_{j=1}^N \eta_j(t) \cos(j\pi x), \quad (2)$$

$$p(x, t) := - \sum_{j=1}^N \dot{\eta}_j(t) \frac{\gamma M}{j\pi} \sin(j\pi x). \quad (3)$$

ここで、 $\eta_j(t)$ は時刻 t における j 次モードの状態変数である。式 (2), (3) で与えられる音響粒子速度 $u(x, t)$ と圧力 $p(x, t)$ は全モードの状態変数の足し合わせである。 $\zeta, K, x_f, \gamma, M, \tau_h$ は、それぞれ減衰係数、ヒーターの出力、ヒーターの位置、比熱比、マッハ速度、ヒーターから媒質に熱が伝わるまでの時間を表す。式 (1) の右辺第 1 項は、単体の水平 Rijke 管のダイナミクスであり、第 2, 3 項は遅延フィードバックの項を表す。 $K_\tau, \tau, x_{1,2} \in [0, 1]$ は、それぞれ結合強度、遅延時間、チューブの結合位置を表す。ゲイン K_τ および遅延 τ は、チューブの太

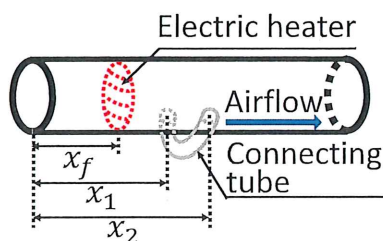


Fig. 1: Horizontal Rijke tube with a connecting tube.

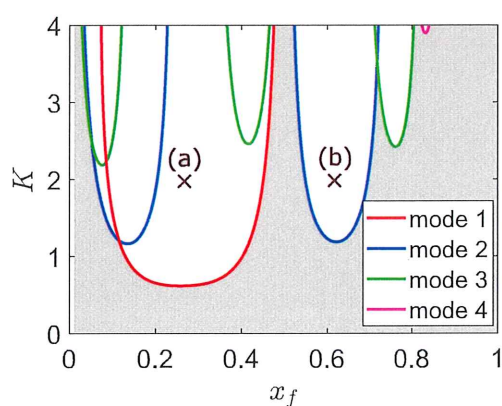
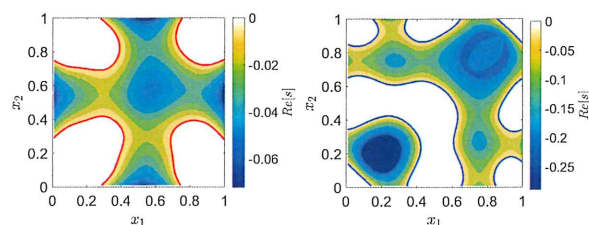


Fig. 2: Oscillation mode without control.

さ、長さを変更することで調整可能である。Fig. 2 はフィードバック制御を行っていない Rijke 管 ($K_\tau = 0$) の平衡点の安定性を示している。曲線は各モードに対応する特性根が複素平面の虚軸上に存在するパラメータ集合 (安定境界線) を示し、各モードは曲線の上側で、Hopf 分岐により不安定化する。Fig. 2 の点 (a), (b) ではそれぞれ 1 次モード、2 次モードが不安定化しており、Rijke 管に各モードの振動が生じる。

Fig. 2 の点 (a), (b) のそれぞれのパラメータに設定し、遅延フィードバック制御を施す。結合位置 (x_1, x_2) における安定領域を Figs. 3(a), (b) に示す。遅延フィードバック制御のパラメータは $(K_\tau, \tau) = (1.0, 0.3)$ で固定している。Fig. 3(a) では、1 次モードの振幅が最も大きい腹 ($x_1 = x_2 = 0.5$) 付近に結合することで安定化している。また、結合位置を端と振動の腹にすることで、安定性がより強くなることが分かる。一方、Fig. 3(b) では、2 次モードの腹 ($x_1 = x_2 = 0.25, 0.75$) 付近で安定化している。



(a) $(K, x_f) = (2, 0.25)$

(b) $(K, x_f) = (2, 0.625)$

Fig. 3: Stability region for Rijke tube with delayed feedback control of $(K_\tau, \tau) = (1.0, 0.3)$ in (x_1, x_2) space.

3 おわりに

本報告では、水平 Rijke 管に生じる熱音響自励振動の抑制について検討した。熱音響自励振動の振動モードに応じて、適切な結合位置があることを明らかにした。

謝辞

本研究は、パロマ環境技術開発財団研究助成金および JSPS 科研費 JP23K11245 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] K. Pyragas: Continuous control of chaos by self-controlling feedback; *Phys. Lett. A*, Vol. 170, pp. 421-428, (1992)
- [2] S. Srikanth *et al.*: Self-coupling: an effective method to mitigate thermoacoustic instability; *Nonlin. Dyn.*, Vol. 110, pp. 2247-2261, (2022)
- [3] K. Balasubramanian and R.I. Sujith: Thermoacoustic instability in a Rijke tube: Non-normality and nonlinearity; *Phys. Fluids*, Vol. 20, pp. 44-103, (2008)

結合水平 Rijke 管の結合位置が 振動停止現象の安定性に与える影響

Effect of coupling position on the stability of amplitude death in coupled Rijke tubes

今井和哉
Kazuya Imai

杉谷栄規
Yoshiki Sugitani

小西啓治
Keiji Konishi

原尚之
Naoyuki Hara

大阪公立大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Osaka Metropolitan University

1 はじめに

ロケットエンジンやガスタービンエンジンなどの燃焼器で生じる熱音響自励振動は、エンジンの損傷などの重大な問題につながる。そのため、熱音響自励振動を抑制する技術が研究されている。Srikanth らは、熱音響自励振動が生じている 2 つの水平 Rijke 管をチューブで結合する (図 1) ことで、その振動は抑制できることを実験的、解析的に示した [1]。この抑制は、遅延結合によって、Rijke 管内で振動停止現象が誘発されたことに対応する。しかし、先行研究ではチューブの結合位置について詳しく解析がされていなかった。そこで本研究では、結合位置が振動停止現象の安定性に与える影響を調べる。

2 水平 Rijke 管

無次元化された水平 Rijke 管 1, 2 のダイナミクスは

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_j^{(1,2)}(t) + 2\zeta j\pi\eta_j^{(1,2)}(t) + j^2\pi^2\eta_j^{(1,2)}(t) = \\ -\frac{j\pi K}{\gamma M} \left[\sqrt{\frac{1}{3} + u^{(1,2)}(x_f, t - \tau_h)} - \frac{1}{3} \right] \sin(j\pi x_f) \\ -\frac{K_\tau}{\gamma M} [p^{(2,1)}(x_{2,1}, t - \tau) - p^{(1,2)}(x_{1,2}, t)] \sin(j\pi x_{1,2}), \quad (1) \end{aligned}$$

与えられる [2](図 1)。ここで、 $\eta_j^{(i)}(t) \in \mathbb{R}$ はチューブ $i \in \{1, 2\}$ の時刻 t における j 番目の発振器の状態変数、 ζ は減衰係数、 K はヒーターの出力、 x_f はヒーターの位置、 γ は比熱比、 M はマッハ速度、 τ_h は熱源から媒質に熱が伝わるまでの時間を表す。管内の音響粒子速度 $p^{(i)}(x, t) := -\sum_{j=1}^5 \dot{\eta}_j^{(i)}(t) \frac{\gamma M}{j\pi} \sin(j\pi x)$ と音圧 $u^{(i)}(x, t) := \sum_{j=1}^5 \eta_j^{(i)}(t) \cos(j\pi x)$ は、各モードの状態変数の足し合わせで表される。式 (1) の右辺の第 2 項は結合項であり、 K_τ は結合強度 (チューブの太さに相当)、 τ は遅延時間 (チューブの長さに相当)、 $x_i \in [0, 1]$ は結合位置を表す。

図 2 はパラメータ空間 (K, x_f) 上における単体 Rijke 管 ($K_\tau = 0$) の平衡点近傍での安定性を示している。曲線は各モードに対応する特性根の実部が 0 となるパラメータ集合を示し、各モードは曲線の上側で励起する。図 2 の点 (a) では 1 次モードが、点 (b) では 1 次モードと 2 次モードの両方が励起している。図 2 より、ヒーター出力 K が高いほど励起されるモードの数が増え、ヒーター位置 x_f によって励起されるモードが異なると分かる。

図 2 の点 (a), (b) のそれぞれにおいて、2 つの Rijke 管を結合した。結合位置 (x_1, x_2) における安定領域 (塗りつぶし領域) を図 3(a), (b) に示す。結合パラメータは $(K_\tau, \tau) =$

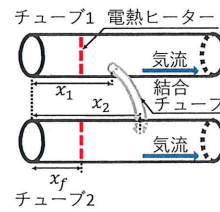


図 1 結合水平 Rijke 管

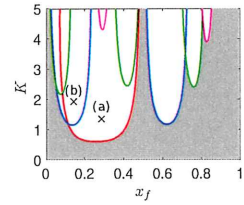
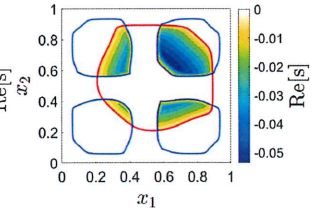
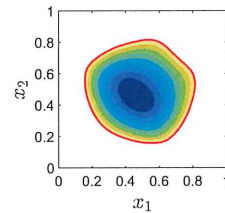


図 2 各モードの安定領域



(a) 単体で 1 次モードが励起 (b) 単体で 1, 2 次モードが励起

図 3 結合位置 (x_1, x_2) に対する振動停止現象の安定領域 $(0.5, 0.3)$ とした。赤 (青) 色の実線は 1 次 (2 次) モードの安定境界線を表す。色の濃さは代表根の実部の大きさを示している。図 3(a) では、 $(x_1, x_2) = (0.5, 0.5)$ 付近 (1 次モードの腹) の結合で、最も高い安定性が得られている。一方、図 3(b) では、1 次モードの腹 ($x_1 = x_2 = 0.5$) でも 2 次モードの腹 ($x_1 = x_2 = 0.75$) でもなく、それらの間 ($x_1 \approx x_2 \approx 0.65$) で安定性が最も高い。図 3(a), (b) より、複数のモードが励起している場合、励起されるすべてのモードを考慮して結合位置を決定する必要があると分かる。

3 まとめ

本報告では、複数モードが励起した熱音響振動を抑制する結合位置について調査した。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP23K11245 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] S. Srikanth *et al.*, Nonlin. Dyn., Vol. 110, pp. 2247-2261, 2022.
- [2] K. Balasubramanian and R.I. Sujith, Phys. Fluids, Vol. 20, pp. 44-103, 2008.

Effect of coupling position on amplitude death in coupled Rijke tubes

Kazuya Imai[†], Yoshiki Sugitani[†], Keiji Konishi[†], and Naoyuki Hara[†]

[†]Department of Electrical and Electronic Systems Engineering, Osaka Metropolitan University
1-1 Gakuen-cho, Naka-ku, Sakai, Osaka 599-8531, Japan
Email: sm24085b@st.omu.ac.jp

Abstract—This report investigates the effect of the coupling position on the stability of amplitude death in coupled horizontal Rijke tubes. We show that it is necessary to set the coupling position appropriately according to oscillating modes for inducing amplitude death.

1. Introduction

Thermoacoustic self-excited oscillations in engineering systems lead to serious problems, such as the deterioration of gas turbine engines. Sujith *et al.* showed that thermoacoustic oscillations in a Rijke tube can be suppressed by coupling the Rijke tubes with a connecting tube [1]. Such suppression corresponds to amplitude death by delayed couplings. The previous study [1] mainly focuses on the first mode oscillation, and did not investigate the effect of the coupling position on the stability of amplitude death. This report considers multi-mode thermoacoustic oscillations, and analyzes the relation between the coupling position and the stability.

2. Main results

We consider coupled two Rijke tubes [2],

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_j^{(1,2)}(t) + 2\zeta j\pi\dot{\eta}_j^{(1,2)}(t) + j^2\pi^2\eta_j^{(1,2)}(t) = \\ -\frac{j\pi K}{\gamma M} \left[\sqrt{\frac{1}{3} + u^{(1,2)}(x_f, t - \tau_h)} - \frac{1}{3} \right] \sin(j\pi x_f) \\ -\frac{K_\tau}{\gamma M} [p^{(2,1)}(x_{2,1}, t - \tau) - p^{(1,2)}(x_{1,2}, t)] \sin(j\pi x_{1,2}), \quad (1) \end{aligned}$$

where $\eta_j^{(i)}(t)$ is the state variable of the j th mode oscillation at time t for tube $i \in \{1, 2\}$, ζ is the damping, K is the heater output, x_f is the heater position, γ is the specific heat ratio, and M is the Mach number. The acoustic velocity $p^{(i)}$ and acoustic pressure $u^{(i)}$ in the tube are decomposed as $p^{(i)}(x, t) := -\sum_{j=1}^5 \dot{\eta}_j^{(i)}(t) \frac{\gamma M}{j\pi} \sin(j\pi x)$, $u^{(i)}(x, t) := \sum_{j=1}^5 \eta_j^{(i)}(t) \cos(j\pi x)$. The second term on the right hand

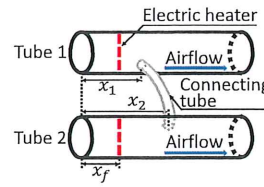


Figure 1: Delay-coupled Rijke tubes

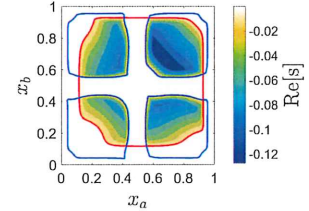


Figure 2: Stability region on (x_1, x_2) space

side in Eq. (1) denotes the coupling term, where K_τ is the coupling strength, τ is the delay time, and x_i is the coupling position of the Rijke tube i (see Fig. 1). We perform the linear stability analysis around the equilibrium point ($\eta_j^* = 0$) in Eq. (1). K and x_f are set such that the uncoupled Rijke tube ($K_\tau = 0$ in Eq. (1)) exhibits the first and the second mode oscillations. (K_τ, τ) is fixed at $(0.6, 0.3)$. The other parameters are set to be the same as in [1]. Figure 2 shows the stability region with respect to the coupling positions (x_1, x_2) . The first (second) mode is suppressed in the region bounded by red (blue) curve. For $(x_1, x_2) = (0.5, 0.5)$, the first mode oscillation is suppressed, but the second one is not suppressed. To suppress both the first and the second oscillations, the coupling positions (x_1, x_2) must be set with in colored area.

3. Conclusion

This report showed that the proper coupling position is required to suppress multi-mode thermoacoustic oscillations in coupled Rijke tubes.

Acknowledgments

The present study was supported in part by JSPS KAKENHI (JP23K11245).

References

- [1] S. Srikanth, *et al.*, Nonlin. Dyn., Vol. 110, pp. 2247-2261, 2022.
- [2] K. Balasubramanian and R.I. Sujith, Phys. Fluids, Vol. 20, pp. 44-103, 2008.

ORCID iDs Kazuya Imai:  0009-0000-6427-843X, Yoshiki Sugitani:  0000-0001-7476-0449, Keiji Konishi:  0000-0001-5583-502X, Naoyuki Hara:  0000-0002-0075-5126



This work is licensed under a Creative Commons Attribution Non Commercial, No Derivatives 4.0 License. ©IEICE 2024